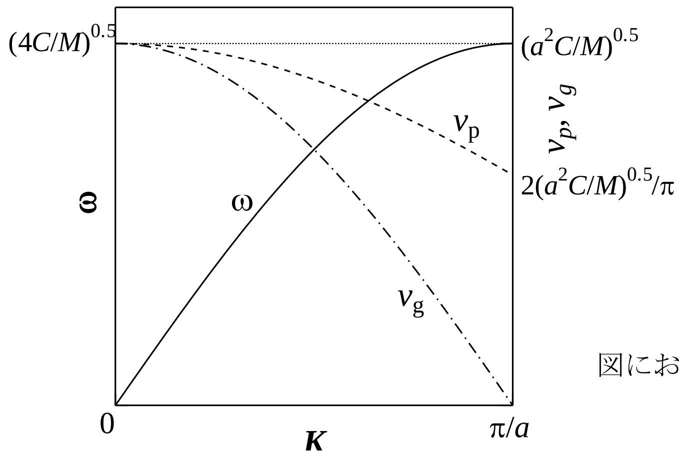
固体物理学 I　演習問題 2012.6.4　　　　　　主専攻　学籍番号　　　　　　　氏名

１．左図は教科書 p.99、図 4 で K 軸が$[0,\pi/a]$となる部分である。格子振動波に対する位相速度 v_p 及び群速度 v_g の K に対する変化の様子を書き込め。



図において、右側縦軸が v_p,v_g の値を示す。

$$\omega=\sqrt{\frac{4C}{M}}\sin\frac{Ka}{2}$$ より、$$v_g=\frac{d\omega}{dK}=\left(\sqrt{\frac{4C}{M}}\cos\frac{Ka}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)=\sqrt{\frac{a^2C}{M}}\cos\frac{Ka}{2}$$ 。

また、$$v_p=\frac{\omega}{K}=\left(\sqrt{\frac{4C}{M}}\sin\frac{Ka}{2}\right)\left(\frac{2}{Ka}\right)\left(\frac{a}{2}\right)=\sqrt{\frac{a^2C}{M}}\frac{\sin\frac{Ka}{2}}{\frac{Ka}{2}}$$

２．教科書 p.98、図 2 の原子変位の表わし方を参考にして、ゾーン境界における原子面変位の様子を図示せよ。また、その図を元に、ゾーン境界では $\omega=\sqrt{4C/M}$ となることを示せ。ここで M は原子面質量、C は原子面間力定数である。

縦波格子振動の場合、右中央図のように、ゾーン境界では隣り合う面で変位が反対方向になる、すなわち変位の変化が周期 $2a$ で繰り返される定常波の状態になっている（原子面のところが腹、原子面の中間が節）。なお、右上図は振動の伝わる方向（$\boldsymbol{K}$ 方向）で変位の大きさが連続的な変化をするとして（無理矢理？）図示したものである。

この振動状態において、図中の点線で示された領域での原子面の運動に注目すると、両端部分は節に相当するので変位は常に零、s+1 原子面は振動の腹となって運動していることになる。この領域内の原子面の運動の様子は、質量 M の物体が間隔 a の壁内に長さが半分になったバネ定数 C の 2 本のバネに挟まれて振動している状態に相当する（一番下の図参照）。この振動系において、実質的なバネ定数は $C/(1/2)\times2=4C$ となるので、従ってその共振角振動数は $\omega=\sqrt{4C/M}$ と求まる。