量子力学Ⅰ中間試験　平成 24 年 5 月 30 日　　　　　　　　　　主専攻　学籍番号　　　　　　　　　氏名

問題Ⅰ　2 次元長方形空間に完全に閉じ込められた自由粒子の運動を量子力学的に考える。

⑴　固有関数及びエネルギー固有値を求めよ（解くべき基本方程式や境界条件などを明記し、どうしてそのような形の解にするのかなどの根拠についても記すこと）。

(2)　第三励起状態までのエネルギー準位の様子を図示せよ。

(4) 第一励起状態において、粒子の存在確率が最大及び最小となる位置を図示せよ。

⑶　任意の運動状態について、粒子の位置に対する期待値を求めよ。

問題Ⅱ　一次元調和振動子の運動について量子力学的に考える。ここで、下記図１は$[-a/2,a/2]$の一次元空間に完全に粒子を閉じ込めたときの固有関数$\phi_1(x)$と$\phi_2(x)$、及びポテンシャルエネルギー（$\phi_1(x)$と$\phi_2(x)$に対応するエネルギー準位も書き込んである）の位置変化を並べて示したものである。

(1)　一次元空間に完全に閉じ込められたときの$\phi_1(x)$と$\phi_2(x)$の運動状態に対応する、一次元調和振動子の固有関数及びエネルギー固有値を答えよ（任意の状態に対する固有関数やエネルギー固有値に対する式、及び基本方程式から求めるための計算過程などを示す必要はない）。

(2)　図1を見本にして、$\phi_1(x)$と$\phi_2(x)$の運動状態に対応する一次元調和振動子の固有関数及びポテンシャルエネルギー（エネルギー準位も書込め）の位置変化を図示せよ。（位置、ポテンシャルエネルギー軸は実スケールでも無次元化したスケールのどちらで示しても良い）。

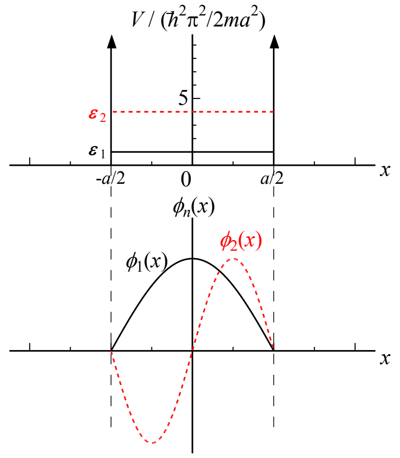

図１　一次元空間に閉じ込めた粒子に対する固有関数$\phi_1(x)$と$\phi_2(x)$（下図）とポテンシャル（上図、$\phi_1(x)$と$\phi_2(x)$に対応するエネルギー準位も書き込んである）の位置変化。

(3)　任意の運動状態において、ポテンシャルエネルギーに対する期待値と運動エネルギーに対する期待値は等しくなっていることを示せ（生成消滅演算子（あるいは昇降演算子）及び固有関数に与える影響などは周知の事実として使って良い）。

問題Ⅲ．次の説明に関して意見を述べよ。

(1)　“粒子の位置及び運動量を測定しようとするときには粒子には何らかの影響が与えられるので、その位置及び運動量は本来の値から変化する。それらのずれの程度をΔx, Δp と表わすとき、その積$\Delta x\Delta p$ は必ずプランク定数程度以上になる”、と不確定性原理を解釈することは妥当か？

(2)　量子力学の“量子”とは、例えばフォトン（光子）などの“不連続”な物理量を表わす言葉である。このことは、その振る舞いが量子力学で記述されるべき電子の運動状態は常に量子化されることを意味するのであろうか。