

Debye 関数とも呼ばれる関数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ の概形を描こう。

- i. $x = 0, \frac{1}{2}, 1, 2, +\infty$ の時の値を求めよ。
- ii. $f(x)$ は偶関数か奇関数か調べよ。
- iii. $x \ll 1$ 及び $x \gg 1$ のときの漸近線を調べよ。
- iv. $f(x)$ の概形を描き、(出来れば $f'(x)$ を求めることなく) 最大値及び最小値を答えよ。

$$f(0) = 0 \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5} \quad f(1) = \frac{1}{2} \quad f(2) = \frac{2}{5}$$

$$f(-x) = -f(x) \quad \boxed{\text{奇関数(odd function)}}$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{x}{x^2 + 1} = f(x) \quad (x \neq 0)$$

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow f(x) \rightarrow x \quad x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \frac{1}{x} \quad \boxed{\text{漸近線(asymptote)}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} + x \frac{-2x}{(1+x^2)^2} = \frac{1}{(1+x^2)^2} (1-x^2) \rightarrow f'(\pm 1) = 0$$

